FICHE 3.3 : SYSTÈME DE DEUX EQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

Mise à jour : 12/12/11

Bon, tout d'abord, entendons-nous bien : un système de deux équations du premier degré à deux inconnues est composé de **deux équations** contenant **chacune** les deux **mêmes** inconnues, souvent notées **x** et **y**, mais on peut également employer **a** et **b**, ou **g** et **h**, ou …

Il existe diverses manières d'écrire un tel système. Voici trois écritures d'un même système :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \quad (1) \qquad \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3y + x = 4 \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} 2x + 3y - 7 = 0 \\ x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Avant de résoudre un système, nous te conseillons de l'écrire en employant une certaine structure. Par exemple, l' écriture **(1)** isole dans le premier membre (et de façon ordonnée !) les inconnues. Le second membre, lui, contient uniquement le terme indépendant (terme numérique).

Les deux autres écritures (2) et (3) du système sont mathématiquement acceptables mais nettement moins exploitables. Pour la suite de cette fiche, nous emploierons donc uniquement la première écriture : les inconnues sont ordonnées *(d'abord les x et puis les y)* et le terme indépendant est *à droite de l'égalité*.

Que faire une fois que le système est bien présenté ? Techniquement, pour résoudre ce système, tu peux employer les deux méthodes suivantes : la méthode des combinaisons et la méthode de substitution.

1. MÉTHODE DE SUBSTITUTION

Le premier objectif de la méthode de substitution consiste à isoler l'une des inconnues. Laquelle ? En théorie, peu importe. Mais en pratique, tu constateras que le choix de l'une ou de l'autre te permettra de gagner du temps.

Soit à résoudre $\begin{cases} x + 3y = -4 & (1) \\ 3x + 2y = 2 & (2) \end{cases}$

Étape 1 : Isole x dans l'équation (1)

$$\begin{cases} x = -4 - 3y & (3) \\ 3x + 2y = 2 & (2) \end{cases}$$

Étape 2 : Remplace dans (2) la valeur de x obtenue dans (3)

$$\begin{cases} x = -4 - 3y & (3) \\ 3(-4 - 3y) + 2y = 2 & (4) \end{cases}$$

Ce qui peut s'écrire plus facilement après avoir distribué et avoir réduit les termes semblables :

$$\begin{cases} x = -4 - 3y & (3) \\ -7y = 14 & (5) \end{cases}$$

Étape 3 :

Il te reste à résoudre (5). C'est une équation du premier degré à une inconnue dont la solution est y = - 2. Pour terminer, il suffit de remplacer *(c'est-à-dire substituer d'où le nom de la méhode)* cette solution dans (3). Tu obtiens ainsi x = - 4 – 3.(-2), soit x = 2.

Le système est donc résolu puisque tu as déterminé les valeurs des deux inconnues x et y.

Allez, en route vers un 2e exemple !

Soit le système suivant à résoudre : $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 6x + y + 2 = 0 \end{cases}$

D'abord et avant tout : bien présenter ton système. Tu obtiens donc :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ 6x + y = -2 & (2) \end{cases}$$

Étape 1 : Isole une des deux inconnues : x ou y ? Nous te conseillons fortement de travailler dans (2) et d'isoler y puisque son coefficient est 1. Tu n'auras donc aucune division à effectuer ! C'est ainsi que tu peux gagner du temps (et des calculs !)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ y = -2 - 6x & (3) \end{cases}$$

Étape 2 : Remplace dans (1) la valeur de y obtenue dans (3)

$$\begin{cases} 2x - 3(-2 - 6x) = 7 & (4) \\ y = -2 - 6x & (3) \end{cases}$$

Ce qui peut s'écrire plus facilement :

$$\begin{cases} 20x = 1 & (5) \\ y = -2 - 6x & (3) \end{cases}$$

Étape 3 :

Il te reste à résoudre (5). C'est une équation du premier degré à une inconnue dont la solution est x = 1/20. Pour terminer, il suffit, comme le cas précédent, de remplacer cette solution dans (3). Tu obtiens ainsi y = - 2 – 6. (1/20), soit y = - 2 – 6/20, soit y = -23/10.

Le système est donc résolu puisque tu as déterminé les valeurs des deux inconnues x et y.

2. MÉTHODE DES COMBINAISONS

Tu pourrais te dire pourquoi apprendre une deuxième méthode si tu maîtrises la première ? Sache qu'il est toujours utile d'avoir plusieurs cordes à son arc…

Reprenons le 1er exemple de la méthode de substitution. Soit $\begin{cases} x + 3y = -4 & (1) \\ 3x + 2y = 2 & (2) \end{cases}$

Étape 1 : Identifie les coefficients de l'inconnue x dans les deux équations (1) et (2). Ces coefficients sont 1 et 3. En effet

$$\begin{cases} 1x + 3y = -4 & (1) \\ 3x + 2y = 2 & (2) \end{cases}$$

Ensuite, multiplie les deux membres de l'équation (1) par le 2ème coefficient, soit 3, et les deux membres de l'équation (2) par le 1er coefficient, soit 1.

Tun obtiens :

$$\begin{cases} 3x + 9y = -12 & (3) \\ 3x + 2y = 2 & (4) \end{cases}$$

Étape 2 : Effectue maintenant (3) – (4) et conserve l'une des deux équations (au choix)

$$\begin{cases} (3x + 9y) - (3x + 2y) = -12 - (2) & (5) \\ 3x + 2y = 2 & (4) \end{cases}$$

Ce qui peut s'écrire plus facilement :

$$\begin{cases} 7y = -14 & (6) \\ 3x + 2y = 2 & (4) \end{cases}$$

Étape 3

Il te reste à résoudre (6). C'est une équation du premier degré à une inconnue dont la solution est y = - 2. Pour terminer, il te suffit de remplacer cette solution dans (4).

Tu obtiens alors 3x + 2(-2) = 2, soit 3x – 4 = 2. Tu retrouves une équation du premier degré à une inconnue. Il suffit d'isoler x pour déterminer sa valeur : 3x = 6 et donc x = 2.

Le système est donc résolu puisque tu as déterminé les valeurs des deux inconnues.

Évidemment, tu remarqueras qu'on obtient le même résultat quelle que soit la méthode utilisée !

Tu n'as pas compris quelque chose ? Aide-nous à améliorer ces fiches !

Tu cherches des sujets que tu n'as pas trouvés ? Dis-le nous !

Découvre aussi notre forum sur lequel tu peux venir poser tes questions.

Commentaires, souhaits, remarques…

On t'attend sur notre groupe Facebook !

« Centre de remédiation scolaire Entr'aide »